Formelark, TEP4105 Fluidmekanikk

Overflatespenning

$$\Delta p = \Upsilon\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Langs en strømlinje

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}.$$

Atmosfæretrykk

$$\frac{p(z)}{p_0} = \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^{5.26}.$$

Ideell gass:

$$p = \rho RT; \quad R_{\text{luft}} = 287\ ^{\text{J}}/_{\text{kg K}}.$$

Reynolds tall:

$$Re = \frac{UL}{\nu}.$$

Kinematisk viskositet

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Skjærspenning

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right).$$

Hydraulisk trykk

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g.$$

Hydrostatiske krefter på plane flater (atmosfæretrykk utelatt)

$$F = \gamma h_{\text{CG}} A.$$

Med ξ_{CP} = trykksenter og ξ_{CG} = centroide, er

$$\xi_{\text{CP}} - \xi_{\text{CG}} = \frac{I_{xx}}{\xi_{\text{CG}} A}, \qquad x_{\text{CP}} = -\frac{I_{xy}}{\xi_{\text{CG}} A}.$$

Kraft på krum flate

$$F_{\text{H}} = \gamma h_{\text{CG}} A_x, \qquad F_{\text{V}} = \gamma \mathcal{V}.$$

Trykkfordeling ved alselerasjon

$$\vec{\nabla} p + \rho g \vec{k} = -\rho \vec{a}.$$

Trykkfordeling ved jevn rotasjon

$$p = p_0 + \frac{1}{2}\rho r^2 \Omega^2 - \rho g z.$$

Akselerasjon (Kartesisk)

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}.$$

Virvling

$$\vec{\zeta} = 2\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V}.$$

Reynolds transportteorem ($\phi = \beta\rho$ hos White)

$$\frac{d}{dt}B_{\text{syst}} \equiv \frac{d}{dt}\int_{\text{syst}} \phi\, d\mathcal{V} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \phi\, d\mathcal{V} + \oint_{\text{CS}} \phi\left(\vec{V}\cdot\vec{n}\right) dA.$$

Bernoulli, langs en strømlinje

$$\text{Stasjonær strømning:} \qquad \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 + gz = \text{konst.}$$

$$\text{Tidsavhenging strømning:} \qquad \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 + gz = \text{konst.}$$

Energilikningen

$$\dot{Q} - \dot{W}_{\text{shaft}} - \dot{W}_{\text{viscous}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \rho\, e\, d\mathcal{V} + \oint_{\text{CS}} \rho\left(e + \frac{p}{\rho}\right)\left(\vec{V}\cdot\vec{n}\right) dA,$$

hvor total energi per masseenhet er

$$e = \hat{u} + \frac{1}{2}V^2 + gz.$$

Energilikning for stasjonær, inkompressibel strømning med ett inn- og utløp

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z\right)_{\text{inn}} = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z\right)_{\text{ut}} + h_{\text{turbin}} + h_{\text{friksjon}} - h_{\text{pumpe}}.$$

Impulssatsen (stasjonær strømning og stasjonært CV)

$$\sum \vec{F} = \dot{\vec{M}}_{\text{UT}} - \dot{\vec{M}}_{\text{INN}},$$

hvor

$$\dot{\vec{M}}_{\text{UT}} = \int_{\text{UT}} \rho \vec{V}\left(\vec{V}\cdot\vec{n}\right) dA,$$

$$\dot{\vec{M}}_{\text{INN}} = -\int_{\text{INN}} \rho \vec{V}\left(\vec{V}\cdot\vec{n}\right) dA.$$

Trykkrefter på CV

$$\vec{F}_{\text{press}} = -\oint_{\text{CS}} p_{\text{gage}}\, \vec{n}\, dA$$

Kritisk Reynoldstall for rørstrømning

$$\text{Re}_{\text{crit}} \approx 2300.$$

Darcys friksjonsfaktor for laminær strømning

$$f = \frac{64}{\text{Re}}.$$

Kontinuitetslikningen

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\left(\rho \vec{V}\right) = 0.$$

Kontinuitetslikningen i sylindriske koordinater

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0.$$

Inkompressibel kontinuitetslikning

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = 0.$$

Eulerlikningen

$$\rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\rho\Big(\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\Big)\vec{V}=-\vec{\nabla}p+\rho\vec{g}.$$

Inkompressibel Navier-Stokes

$$\rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\rho\Big(\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\Big)\vec{V}=-\vec{\nabla}p+\rho\vec{g}+\mu\nabla^2\vec{V}.$$

Hastighetspotesnial

$$\vec{V}=\vec{\nabla}\phi.$$

Inkompressibel strømningsfunction ψ

$$\begin{aligned}
&(\text{kartesisk}) && u=\frac{\partial\psi}{\partial y}; && v=-\frac{\partial\psi}{\partial x};\\
&(\text{sylindrisk}) && v_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}; && v_\theta=-\frac{\partial\psi}{\partial r};\\
&(\text{aksesymmetrisk}) && v_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}; && v_z=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}.
\end{aligned}$$

Potensialstrømning

$$\nabla^2\phi=\nabla^2\psi=0.$$

Noen strømningsfelt

$$\begin{aligned}
&(\text{Uniform strømning}) && \psi=Vy; && \phi=Vx;\\
&(\text{kilde/sluk}) && \psi=m\theta; && \phi=m\ln r;\\
&(\text{linjevirvel}) && \psi=-K\ln r; && \phi=K\theta;\\
&(\text{dublett}) && \psi=-\lambda\frac{\sin\theta}{r}; && \phi=\lambda\frac{\cos\theta}{r}.
\end{aligned}$$

Strømning forbi en sylinder

$$\psi=V_\infty\big(r-a^2/r\big)\sin\theta.$$

Drag og løft

$$D=C_D\cdot\frac{1}{2}\rho V^2A,\qquad L=C_L\cdot\frac{1}{2}\rho V^2A.$$

Sirkulasjon

$$\Gamma=\oint\vec{V}\cdot d\vec{s}$$

Kutta-Joukowsky

$$L=-\rho U\Gamma.$$

Bølgetall

$$k=\frac{2\pi}{L}.$$

Vinkelfrekvens

$$\omega=\frac{2\pi}{T}.$$

Fasehastighet

$$c=\frac{\omega}{k}=\frac{L}{T}.$$

Gruppehastighet

$$c_{\mathrm{g}}=\frac{\partial\omega}{\partial k}.$$

Vannbølger

$$\phi=\frac{ga}{\omega}\frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd}\cos(\omega t-kx)$$

Dispersjonsrelasjonen

$$\omega^2=gk\tanh kd.$$

Kinematisk overflatebetingelse

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+u\frac{\partial\eta}{\partial x}=w,\quad\text{ved}\quad z=\eta.$$

Dynamisk trykk

$$p_{\mathrm{d}}=-\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}$$

Komplekst potensial

$$w(z)=\phi(x,y)+i\psi(x,y);\quad z=x+iy.$$

Kompleks hastighet

$$w'(z)=\frac{dw}{dz}=u-iv=Ve^{-i\theta}.$$

Blasius' teorem

$$F_x-iF_y=\frac{1}{2}i\rho\oint_{\mathrm{c}}\left(w'(z)\right)^2\,dz$$